Vorschläge für die Erforschung der „My First Clock DIY # 988“

Autor: Tjabo Vierbücher
(tjabo@vierbuecher.de)

Datum: 28. Mai 2009

Dieses Dokument entstand aus der Hoffnung, Impulse für die sinnvolle weitere Beschäftigung mit der Uhr zu geben zu können.

Wenn Ihr Fehler findet, dann sendet mir bitte eine E-Mail.

Inhalt:

Die Idee dabei ist, einem Kind erstmal nur die Aufgaben zu geben, also nur Seite 2.
Im Fall von Problemen kann dann gezielt anhand der Lösungen ab Seite 3 Hilfe gegeben werden.
Aber was heißt hier „Kind“... :-)

Viel Spaß!

Vorschläge für die Erforschung der „My First Clock DIY # 988“

Aufgaben-Vorschläge

1. Wozu dient das Pendel, der Anker und die Zahnradkette über das rote, gelbe und blaue Zahnrad bis zum Federwerk?

2. Beschreibe die Idee hinter dem zusammengesteckten rot/orangen Doppelzahnrad in der Mitte des Zifferblatts.

3. Zähle alle Zahnradzähne und erstelle eine entsprechende Skizze der Mechanik.

4. Welches Zahnrad bewegt den Stundenzeiger? Wieviel Zeit vergeht für eine Umdrehung?

5. Berechne, wie oft sich das Federwerk-Zahnrad für eine Umdrehung des Stundenzeigers dreht.

6. Wie oft dreht sich in dieser Zeit das weiße Ankerzahnrad (ganz oben)?

7. Wieviele Sekunden muss eine Vollschwingung des Pendels dauern, damit sich der Stundenzeiger in der richtigen Zeit einmal komplett dreht?

8. Die Formel für die Schwingperiode eines mathematischen Pendels lautet T = 2 PI Wurzel(l/g). Wie lang müsste das Pendel sein, damit die Uhr genau geht?

9. Wie lang ist dein Pendel, und um wieviel Minuten sollte deine Uhr in 12 Stunden falsch gehen?

10. Handelt es sich um ein mathematisches Pendel?

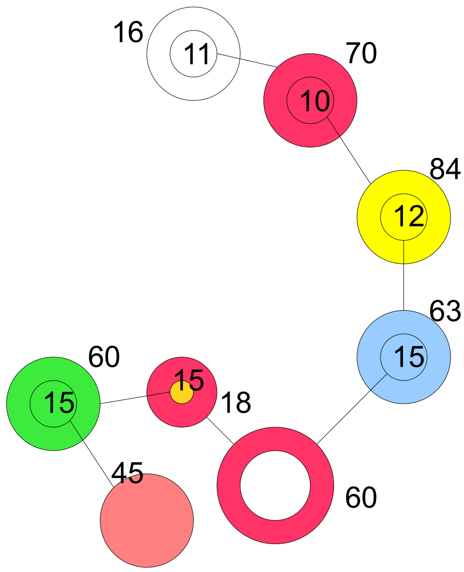
11. Entwickle eine Idee, wie der wahre Schwerpunkt des Pendels ermittelt werden kann. Ermittle den wahren Schwerpunkt und entwerfe eine Formel, die eine genaue Justierung des Pendelgewichts erlaubt.

Lösungen

Lösung Aufgabe 1:
Das Pendel legt mit der Zahnradfolge fest, wie schnell sich das Aufziehzahnrad bewegt. Die konstante Frequenz dieses „Motors“ ist die Basis für die gleichmäßige und vorhersagbare Bewegung der Zeiger, die über die übrige Mechanik betrieben werden.

Lösung Aufgabe 2:
Wären die Zahnräder fest verbunden, dann könnte man die Zeit nicht durch Bewegung der Uhrzeiger verstellen.

Lösung Aufgabe 3:
Natürlich ist es lästig und anstrengend, alle Zahnradzähne zu zählen...



Lösung Aufgabe 4:
Das rosa Zahnrad, auf das der Stundenzeiger aufgesteckt wird. Einmal herum sind 12 Stunden.

Lösung Aufgabe 5:

Wenn sich rosa Zahnrad einmal dreht, dann dreht sich das grüne Zahnrad $\frac{45}{15}=3$ mal. Wenn sich das grüne Zahnrad einmal dreht, dann...

Ingesamt ergibt sich in der Kette für das Federwerk-Zahnrad:

$$1(rosa)\cdot\frac{45}{15}(grün)\cdot\frac{60}{15}(orange/rot)\cdot\frac{18}{60}(rot)=3{,}6\,Umdrehungen$$

Lösung Aufgabe 6:

In 12 Stunden dreht sich das Federwerk 3,6 mal, nun rechnet man sich die Kette weiter:

$$3{,}6\cdot\frac{60}{15}\cdot\frac{63}{12}\cdot\frac{84}{10}\cdot\frac{70}{11}=4041{,}164\,Umdrehungen.$$

Lösung Aufgabe 7:

Die 4041,164 Umdrehungen von Lösung 6 finden in 12 Stunden statt. Es sind 16 Haken am Ankerrad. Die Zahl der Haken pro Sekunde ist also

$$f_p=\frac{4041{,}164\cdot 16}{12\cdot 3600\mathrm{s}}=1{,}4967\,\frac{1}{s}\quad .$$

Pro Sekunde werden also 1,4967 Haken abgefertigt. Für einen Haken muss das Pendel eine ganze Vollschwingung machen, also hin und her.

Die notwendige Dauer ergibt sich aus dem Kehrwert der Frequenz:

$$T_p=\frac{1}{f_p}=0{,}6681\,s\quad .$$

Lösung Aufgabe 8:

Mit der Formel für die Periodendauer des mathematischen Pendels

$$T=2\cdot\pi\cdot\sqrt{\frac{l}{g}}$$

ergibt sich durch Umformung die Gleichung

$$l=g\cdot\left(\frac{T}{2\pi}\right)^2\quad .$$

Durch Einsetzen der in Aufgabe 7 berechneten Dauer sowie der Erdbeschleunigung $9{,}81\frac{m}{s^2}$ erhält man die Pendellänge:

$$l = g\cdot\left(\frac{T}{2\pi}\right)^2 = 9{,}81\frac{m}{s^2}\cdot\left(\frac{0{,}6681\,s}{2\pi}\right)^2 = 0{,}11\,m = 11\text{cm}$$

Lösung Aufgabe 9:
Beispiel: Das Pendel ist um 0,5cm länger.

Für die Schwingungsdauer um den Faktor k längeren Pendels gilt:

$$T_k = 2\pi\cdot\sqrt{\frac{l_k}{g}} = 2\pi\cdot\sqrt{\frac{(l\cdot k)}{g}} = 2\pi\cdot\frac{\sqrt{(l\cdot k)}}{\sqrt{g}} = 2\pi\cdot\frac{\sqrt{l}\cdot\sqrt{k}}{\sqrt{g}} = \sqrt{k}\,2\pi\cdot\sqrt{\frac{l}{g}}\quad .$$

Wenn also die Länge um Faktor k größer wird, dann steigt die Schwingungsdauer um $\sqrt{k}$.

Jede einzelne der 4041,164 Schwingungen (vgl. Aufgabe 6) wird damit um $\sqrt{k}$ länger sein. Anstelle von 12 Stunden ergeben die Schwingungen dann $T_{ges} = 12\cdot\sqrt{k}$ Stunden. Die Differenz ist leicht ausgerechnet.

Lösung Aufgabe 10:
Nein, denn dieses Pendel hat eine Masse, die über den „Stiel“ und das Gewicht verteilt ist. Der gemeinsame Schwerpunkt des Pendels liegt hier nicht im Zentrum des Gewichts, sondern irgendwo weiter oben.

Lösung Aufgabe 11:
Da das Pendel fest mit der weißen Achse verbunden ist, kann man den effektiven Schwerpunkt des Pendels nicht so einfach bestimmen. Wir hatten in Aufgabe 9 jedoch mit der effektiven Länge und der Schwingungsperiodendauer gerechnet – man sollte also aus der tatsächlichen Abweichung der Uhrzeit auf den Schwerpunkt schließen können.
Dieser verschiebt sich natürlich mit Verschieben des Gewichts. Man könnte aber eine Messreihe machen, und sicher einen Ansatz finden, wie man das Gewicht gezielt korrekt einstellen kann. Ausprobieren!